**第十二届国际天文与天体物理奥林匹克竞赛**

**理论试题**

中国 北京 2018年11月3日11日

**1. 超光速星系**

阅读下列叙述, 并判断对错.

**(a)** 一些星系的视退行速度超过光速.

**(b)** 哈勃给出的速度-距离关系不允许退行速度超过光速.

**(c)** 哈勃-勒梅特定律(从前叫做哈勃定律)不违背狭义相对论.

**(d)** 如果一些星系的视退行速度超过光速,那么这些星系上发出的光子永远无法到达地球.

**(e)** 由于宇宙的膨胀加速, 视退行速度等于光速的星系上的光子发出的光永远无法到达地球.

**2. 距离**

一个观测员测量一个星团中恒星的三角视差. 由于随机误差, 测量到的视差值对称地分布在精确值的两边, 分布的标准差是0.05毫角秒. 假设没有系统误差, 并且这个星团中的恒星光度相同. 已知这个星团距离我们*R* = 5 kpc.

他把数据表给了他的四个学生(A, B, C和D), 要求他们用以下四种方法估计到星团的距离.

A. 把每个测量视差转换成距离, 然后计算平均值(*R*A)

B. 先计算视差的平均值, 然后把它转换成距离(*R*B)

C. 把每个测量视差转换成距离, 然后计算中位数(*R*C)

D. 先计算测量视差的中位数, 然后把它转换成距离(*R*D)

判断以下叙述的对错. 如果给出的数学关系是错误的, 请给出正确的关系.

(l) 如果第*i*颗恒星的视差值最小, 第*j*颗恒星的视差值最大, 那么总有*Ri* – *R* > *R* – *Rj*

(m)*R*A = *R*(即A估计的距离有很高的几率和实际距离相符)

(n) *R*B = *R*(即B估计的距离有很高的几率和实际距离相符)

(o) *R*C < *R*(即C估计的距离有很高的几率系统地低于实际距离)

(p) *R*D = *R*(即D估计的距离有很高的几率和实际距离相符)

**3. 大气折射**

考虑北京( = 40)在春分日的日出.

**(a)** 令*r*l, *r*d, *r*r和*r*u分别为从没有畸变的日面中心向左, 向下, 向右, 向上到日面边缘的距离. 问日出后, 这四个半径的大小关系(< , = , >)?

**(b)** 如果没有大气层, 日面上边缘升起的时间应该做怎样的修正. 你可以假设为大气折射在地平线附近是35的典型情形. 请只考虑周日视运动.

**4. 小山的高度**

两个朋友想要测量他们村(纬度 = 40)边上的小山的高度. 其中一个朋友爬到了山顶, 并允诺她会在看到日落后立刻发一个光信号给在留在村里的朋友. 他们在3月21日完成了这个实验, 留在村里的朋友在看到日落后4.1分钟收到了光信号.估计山的高度和站在山顶的人的地平距离. 忽略大气折射.

**5. 恒星时**

在某一天时, 人们观察到一个很有趣的事, 就是恒星时会出现两次00:00:00.

**(a)** 此时太阳的大致赤经是多少？

**(b)** 估计2018年这件事的具体日期.

假设在格林威治皇家天文台, 在2018年1月1日0时(儒略日2458119.5)的平均恒星时是6.706h.

**6. 用FAST观测太阳**

五百米口径球面射电望远镜(FAST)是坐落于中国贵州省的单口径望远镜. 望远镜的直径是500 m, 但在观测时的有效接受区域直径300 m.

考虑使用FAST观测来自太阳光球层的热辐射, 中心频率3 GHz, 带宽0.3 GHz.

**(a)** 计算1小时观测能接收到来自太阳的总能量.

**(b)** 估计将一张试卷翻面需要的能量. 提示: 典型的纸张面密度为80 g m–2.

**(c)** 哪个能量更大?

瑞利-金斯公式: , 可以用来计算单位面积单位立体角单位频率的功率.

**7. 太阳黑子**

正在恒星和黑子的物理过程中磁场很重要. 作为近似, 我们将太阳光球层简化为一种等离子体, 可以按照理想气体一样对待, 并且具有一定的磁压, 与当地的磁场(*B*)有关. 磁压的行为与其他的压强类似, 只不过它来自磁场而不是粒子的动能.

假设光球层中粒子的数密度是处处相等的, 但是太阳黑子内部的磁场(*B*in = 0.1 T)远大于外部(*B*out = 5 10–3 T). 从黑体谱来看, 太阳黑子内部的磁场为*T*in 4000 K, 而外部的温度为*T*out 6000 K (这也就是为什么黑子看起来更暗). 为了使太阳黑子保持稳定, 内部与外部的压强需要保持平衡.

**(a)** 估算太阳光球层中粒子的数密度.

**(b)** 将计算的结果与地表大气的数密度作比较.

**8. 一个可能的贫暗物质星系**

今年早些时候, 一个科学家团队报道他们发现了一个星系的暗物质远低于星系演化模型的预计(van Dokkum et al. 2018, Nature). 这个星系编号是NGC 1052-DF2, 位于椭圆星系NGC 1052 (距离太阳*D* = 20 Mpc)附近. NGC 1052-DF2的形状像一个椭圆形, 半长轴(*a*)22.6, **. 这个星系一般的光来自于这个椭圆内, 椭圆内的平均面亮度是24.7星等每平方角秒.

**(a)** 计算这个星系的总视星等.

**(b)** 这个团队认为这个星系是NGC 1052的伴星系. 假设NGC 1052-DF2的质光关系()为2.0, 计算这个星系中恒星的总质量.

**(c)** 这个团队证认出NGC 1052-DF2中的10个球状星团, 它们与星系中心的平均角距离是78.4. 他们同时测量出球状星团的速度弥散度不超过8.4 km/s. 估计这个星系的动力学质量, 假设这个星系的质量分布是均匀且球对称的.

**(d)** 其他团队对这个发现表示质疑(Kroupa et al., Nature, 2018, Truijlo et al., MNRAS, 2018), 他们认为NGC 1052-DF2并不是NGC 1052的伴星系, 距离我们比NGC 1052近得多. 解释为何更近的距离会弱化NGC 1052-DF2缺乏暗物质的论证.

**9. 射电星系**

一位观测者想用中国的500米口径球面射电望远镜(英文缩写FAST)观测一个红移*z* = 0.06的射电星系. 假设, 在观测频率上, 与望远镜的波束尺寸相比, 这个射电源是很小的, 也就是说在望远镜中, 它就像一个点. 为了用FAST探测点源, 这个点源的信号相对于噪声必须足够强(即足够亮), 其中, 取决于带宽以及积分时间(射电天文学上相当于曝光时间) *ti*, 公式如下:



其中, *T*sys是系统温度(在0.28 GHz – 0.56 GHz的频率范围, 其值约为150 K, 在1.05 GHz – 145 GHz的频率范围, 其值约为25 K), *A*e = 4.6 104 m2是望远镜的有效面积, *k*B是玻尔兹曼常数.

这个射电星系在 = 0.4GHz的观测频率上的连续谱流量密度是*f* = 2.5 10–3 Jy(央斯基). 观测到的连续谱的带宽是2.8 108 Hz, 中心是0.4 GHz.

**(a)** 用0.4 GHz频段和相应的带宽, 观测这样的流量谱密度, 信噪比要达到30, 所需的积分时间*ti*是?

**(b)** 我们想用21 cm吸收线来搜寻星系里的中性氢HI. 在静止坐标系里, 中性氢HI的21 cm吸收谱线的频率是1.4204 GHz. 求我们观测到的该星系的中性氢HI谱线红移后的频率(obs).

**(c)** 这个星系的射电连续谱辐射可以被描述为幂次率, *f* , 谱指数= –0.2. 计算这个星系在频率obs上的连续谱流量密度.

**(d)** 中性氢HI的21 cm吸收线的线宽是90 km/s. 求观测频率obs处的线宽, 以赫兹(Hz)表示. 根据图1, 中性氢HI的21 cm线在90 km s–1的线宽上吸收了4%的连续谱流量密度(平均). 为了在3个连续的30 km s–1的通道上探测信噪比大于3( 3)的吸收线, 需要的积分时间是?



图1: 射电星系中, 连续谱上的中性氢21 cm吸收谱线

**10. 织女星和牛郎星**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 恒星 | 赤经  (J2000.0) | 赤纬  (J2000.0) | 视差  (毫角秒, mas) | 自行 | | 径向速度  (km/s) |
| 赤经方向分量  cos (mas/year) | 赤纬方向分量  (mas/year) |
| 织女星 | 18h36m56.49s | +384707.7 | 130.23 | +200.94 | +286.23 | –13.9 |
| 牛郎星 | 19h50m47.70s | +85213.3 | 194.95 | +536.23 | +385.29 | –26.1 |

在中国民间一个非常著名的传说中, 织女星和牛郎星是一对恋人. 相传, 他们每年能在银河之上架起的鹊桥上相会一次. 这两颗恒星的数据已在上表中给出. 本题中, 假设坐标系是固定的(即, 不受岁差或太阳运动的影响.)

基于这些数据, 回答以下问题:

**(a)** 这两颗恒星的角距离是多少?

**(b)** 计算织女星和牛郎星之间的距离(以秒差距为单位).

**(c)** 计算每颗恒星的自行矢量的位置角.

以下d–g小题, 假设恒星在天球上的角速度保持不变. 这并非实际物理情况, 只是为了让问题简化而作的假设.

**(d)** 这两颗恒星在天球上的运行轨迹有几个交点?

**(e)** 求离这两颗星最近的交点的坐标. (注: 将以上描述绘制在天球上, 将有助于理解本题)

**(f)** 这两颗星过这一点时, 分别是什么时候(哪年)?

**(g)** 当牛郎星位于那一点时, 它与织女星的角距离是多少?

**(h)** 在三维空间里, 这两颗星的轨迹在过去或未来是否存在一个相交点? 如果有,请计算坐标. 即使没有, 也需要计算说明. 此处不要忽略径向速度.

**11. 宇宙的热历史**

基于爱因斯坦的广义相对论, 俄罗斯物理学家亚历山大·弗里德曼推导出了弗里德曼方程, 这一方程可以很好地描述一个均匀、各向同性的宇宙的动力学. 弗里德曼方程通常写为如下形式:

.

我们定义哈勃参数为, 其中*a*是比例因子, 是比例因子的变化率. 因此, 哈勃参数是时间的函数. 在弗里德曼方程中, m为物质密度, 包括暗物质和重子物质. r为辐射密度, 为宇宙学常数, *k*为空间的曲率. 下标0表示该物理量目前的取值, 例如: *H*0为哈勃参数的当前值. 为避免跟约化哈勃参数相混淆, 我们用约化普朗克常数 = *h*/(2)代替普朗克常量*h*.

**(a)** 哈勃参数的量纲是什么? 我们可以用哈勃参数来为宇宙膨胀定义一个特征时标(即哈勃时间*tH*). 计算哈勃时间的当前值*tH*0.

**(b)** 我们定义临界密度为c, 它指的是: 要解释一个没有任何辐射或暗能量的平坦宇宙的膨胀, 所需的物质密度. 求临界密度的表达式, 用*H*和*G*表示. 计算当前的临界密度c0.

**(c)** 我们可以方便地用无量纲的形式来定义所有的密度参数, 就像这样: ,即密度与临界密度的比率. 用这种无量纲的密度参数, 弗里德曼方程可以简单地写为:

.

根据以上信息, 求和*k*的表达式, 用*H*, *c*, , *k*以及*a*表示.

**(d)** 另一个对物质、辐射和暗能量、宇宙学常数均适用的方程, 叫作流体方程: , 其中*p*是某种成分的压强, 是它的密度, 是密度随时间的变化率. 辐射包括光子和无质量的中微子, 它们都以光速运动. 这些粒子(产生)的压强等于它们的能量密度的1/3. 对于辐射, 证明其密度满足: r (1 + *z*)4, 其中*z*是宇宙学红移.

注: 如果, 则 *an*.

**(e)** 我们知道, 宇宙学常数的值不随时间变化. 它的状态方程是*p* = *wc*2, 其中, *w*为整数. 求*w*的值.

**(f)** 普朗克时间定义的是一个特征时标, 在这个时标之前, 我们当前的物理定律全都无效, 需要用到量子引力. 普朗克时间可以写成、*G*、*c*的表达式, 统一用国际标准单位(SI). 用量纲分析的方法, 求普朗克时间的表达式, 并估算它的值.

**(g)** 普朗克长度是与普朗克时间相关的长度尺度, 其表达式是*l*p = *ct*p. 黑洞的最小质量也叫作普朗克质量, 其定义是: 施瓦西半径为普朗克长度两倍的黑洞的质量. 推导普朗克质量*M*p, 并计算以GeV为单位的*M*p*c*2, 通常认为, 这个质量是基本粒子的上阈值, 超过这个值它们就会塌缩成一个黑洞.

**(h)** 最初始时(普朗克时间之后不久), 所有粒子都在宇宙“原初汤”中处于热平衡状态. 随着温度降低, 不同的粒子开始从原初汤中逐个退耦, 在宇宙中自由地游荡光子是在大爆炸之后300000年退耦的. 这些退耦光子构成了宇宙微波背景辐射(CMB), 它们遵循黑体辐射的斯特藩-玻尔兹曼定律: .证明: 宇宙微波背景辐射CMB遵循: *T*/(1 + *z*) = 常数.

**(i)** 随着宇宙膨胀, 辐射密度的降低比物质密度的降低要快很多, 在某个时刻, 物质密度等于辐射密度. 辐射包括光子和中微子的辐射. 除了光子, 中微子也对辐射能量密度贡献了(光子的)68%(即, 总辐射能量密度r0 = 1.680, 其中表示光子). 请用m0和约化哈勃参数给出物质密度与辐射密度相等时的红移*z*eq的表达式. 你可能需要用到宇宙微波背景当前的温度*T*0 = 2.73 K.

**(j)** 当宇宙温度在1 MeV左右时, 中微子会从原初汤中退耦. 这时, 宇宙中的辐射密度远超过了所有其他成分, 其他这些成分可忽略. 中微子退耦的时间为, 请估算, 这个时间是大爆炸之后的多少秒?